



Bedömning som ett sätt att utveckla matematikundervisningen

Per Berggren och Maria Lindroth
2012-01-10

Matematiska förmågor

Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.



Förmågor - diskussion

- Förmågorna som finns i kursplanen – vilka förmågor gör att vi behöver hitta nya undervisningsformer/ uppgifter?
- Förmågorna är inte rangordnade – ska alla tränas i lika stor utsträckning?
- Tränas de separat eller går de i varandra?
- Vilka är svårare (eller ej vanliga idag) att träna, vad behöver vi göra för att lösa det i så fall?



Kunskapskraven

Kunskapskraven är skrivna i presens och formulerade som observerbara kunskaper.

Avsikten är att minska tolkningsutrymmet och stärka en likvärdig bedömning. Kunskapskraven är således inte konstruerade utifrån samma principer som nuvarande mål att uppnå och betygskriterier. Dessa är konstruerade så att det för högre betyg anges vilka kunskaper som krävs utöver vad som krävs för det underliggande betyget. Målen att uppnå är inte heller formulerade som observerbara kunskaper utan som beskrivningar som "eleven kan", "Eleven förstår".



Kunskapskraven

”Den största utmaningen i konstruktionen av kunskapskrav är att hantera kopplingen mellan de ämnesspecifika förmågorna och det centrala innehållet. Om det i kunskapskraven görs explicita och detaljerade kopplingar till delar av det centrala innehållet för respektive betygsteg riskerar kunskapskraven att bli anvisningar om olika studievägar för de olika betygen, en konsekvens som Skolverket anser att det är viktigt att undvika.

Alla elever har rätt till en undervisning som ger förutsättningar att utvecklas så långt som möjligt och som behandlar hela det centrala innehållet och inte avgränsade delar. Kunskapskravens styrkraft kan bedömas bli stark och därför är det av stor betydelse hur de utformas så att de ger önskade, och inte oönskade, styreffekter.”



De fyra F:n

- Fakta
- Förståelse
- Förtrohet
- Förtrogenhet



- Fakta
- Förståelse
- Analys



Nytt sätt att bedöma?



E



C



A

Analys

Analys

Analys

Förståelse

Förståelse

Förståelse

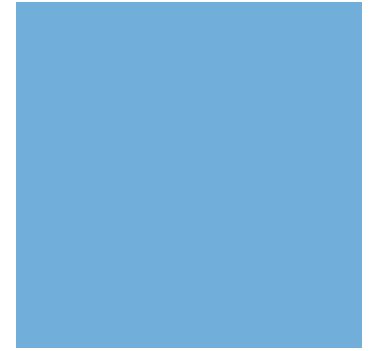
Fakta

Fakta

Fakta



Bedömning



Att göra det viktigaste bedömbart och inte det enkelt bedömbara till det viktigaste.

Astrid Pettersson, PRIM-gruppen

En hel del "sanningar" kring prov och bedömning behöver nog omprövas, gällande till exempel former för bedömning, vem som kan och ska bedöma, samt bedömningarnas plats i förhållande till undervisning och skolans mål.

Peter Nyström, Umeå universitet

Bedömningsformer



- Självskattning innan avsnitt
- Bedöma egna prov
- Kamratbedömning
- Gruppbedömning
- Göra egna prov och bedömningsanvisningar
- Loggbok
- Reflektion
- Laborationsrapport
- Inlämningsuppgift
- Muntliga redovisning
- Muntligt prov
- Skriftligt prov
- Parprov
- Hemprov
- ...

Variation!



I både undervisning och bedömning ger allsidig och rättvis bedömning.

Formativ eller summativ bedömning

När, hur och varför?

Den som äter på en restaurang gör en summativ bedömning, kocken gör en formativ.



Värdeord och progression

E

Huvudsak fungerande

Grundläggande

Tillfredställande

Enkla

Beskriva och ge
exempel

C

Relativt väl fungerande

Goda

Gott

Utvecklade

Förklara och visa
på samband

A

Väl fungerande

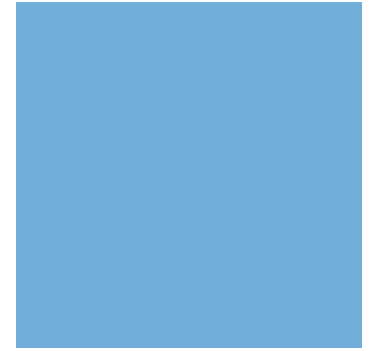
Mycket goda

Mycket gott

Väl utvecklade

Förklara och visa på
samband och
generella mönster

Matematiska förmågor

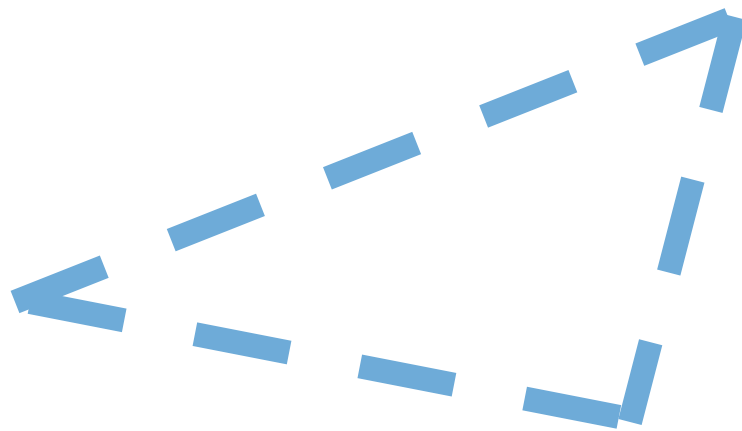


Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att

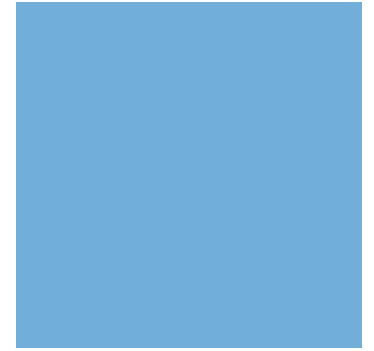
- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Trianglar

Kan man göra hur många olika trianglar som helst som har omkretsen 12 st tandpetare?
(Som inte får brytas.)



Matematiska förmågor



Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.



Produktsumma

Produkten av två summor är 60. Vilka kan de ingående termerna vara?

Kan alla termer vara jämna?

Kan alla termer vara udda?

Kan alla termer vara samma?

Hur många termer kan vara primtal?

Triangelproblemet



- Rita en rektangel med samma omkrets som figuren.
- Rita en rektangel med samma area som figuren.
- Går det rita en rektangel som har både samma omkrets och area som figuren? Motivera.

Matematiska förmågor



Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att

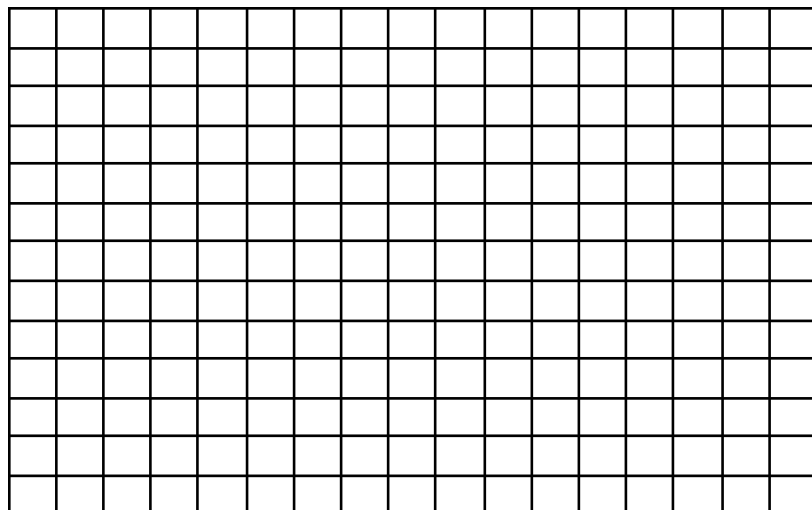
- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.



Multiplikation med förståelse!

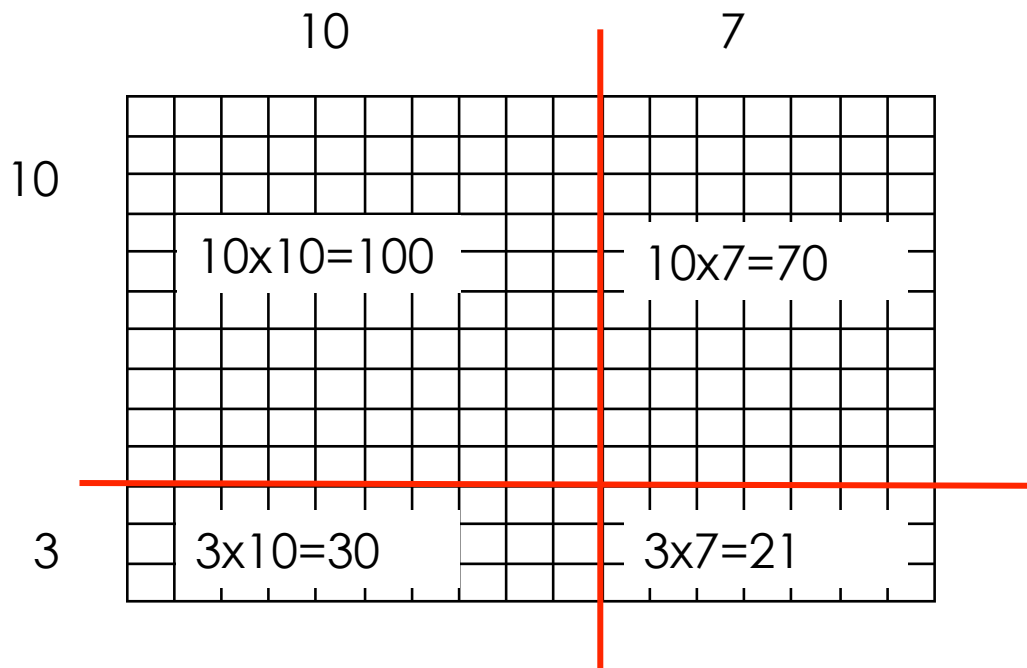
17

13





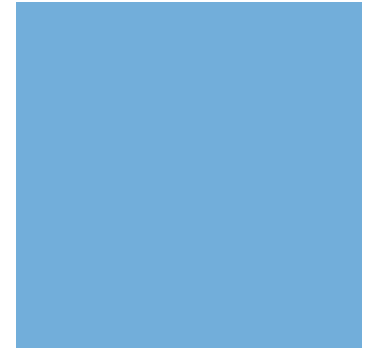
Multiplikation med förståelse!



$$100+70+30+21=221$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 13 \\ \hline 21 \\ 30 \\ 70 \\ + 100 \\ \hline 221 \end{array}$$

Matematiska förmågor



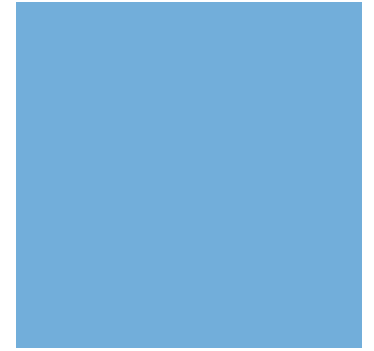
Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Vad finns i påsen?

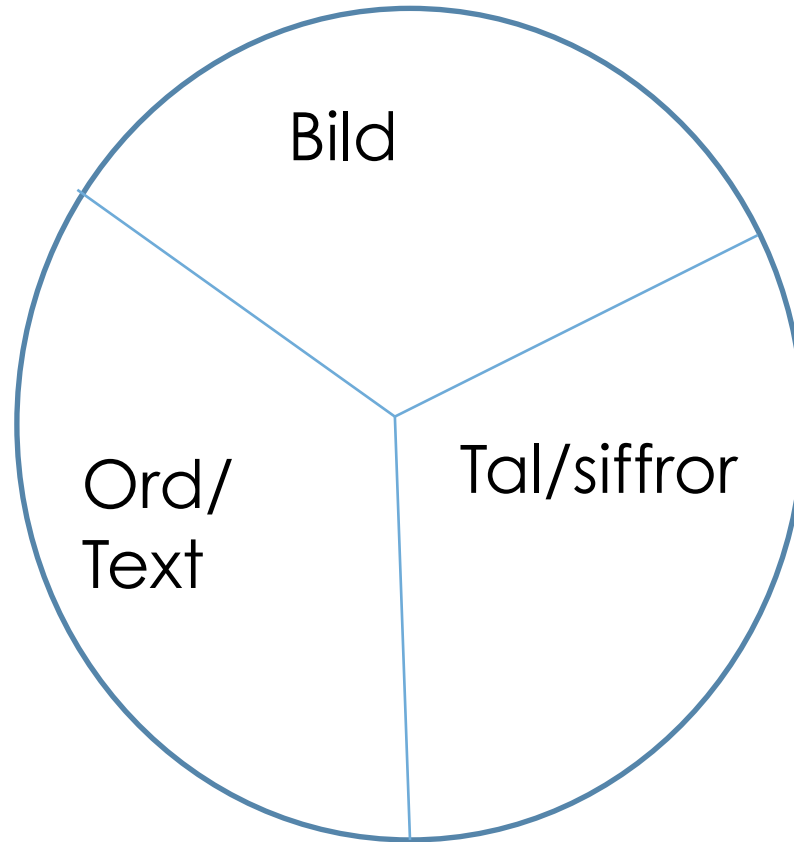


Matematiska förmågor



Genom undervisningen i ämnet matematik ska eleverna sammanfattningsvis ges förutsättningar att utveckla sin förmåga att

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- föra och följa matematiska resonemang, och
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.





Laborationsrapport

Namn på uppgiften: Datum:

Vi som arbetat med uppgiften är:
.....

Beskriv problemet med egna ord:

Vilken strategi använde ni för att lösa problemet:

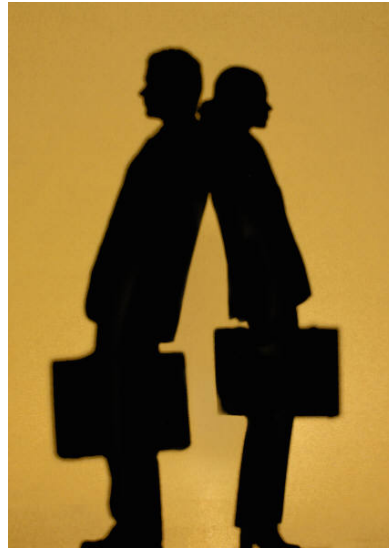
Visa med tabell, diagram, figur, uträkningar eller liknande hur ni löste problemet:

Skriv lösningen/lösningarna på problemet:

Vilka slutsatser kan ni dra:

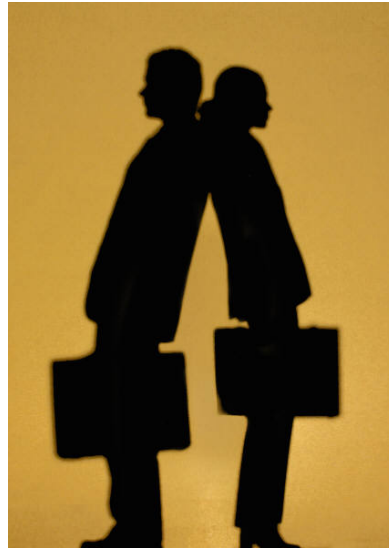
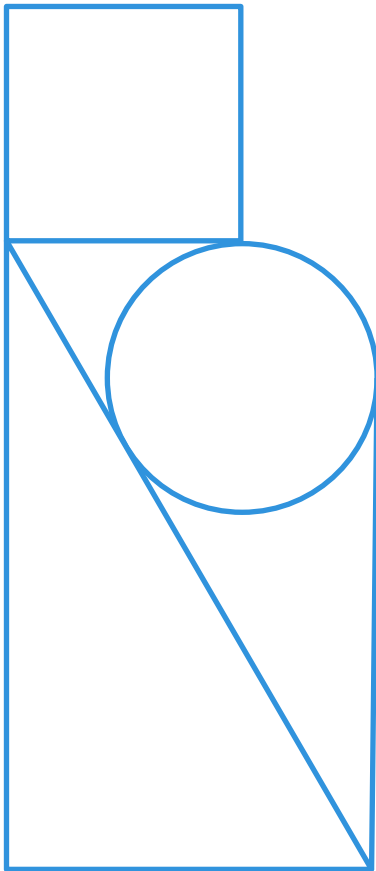
Hur kan uppgiften ändras för att bli ännu bättre? Skriv ett eget liknande problem och lös det.

Rygg mot rygg





Rygg mot rygg

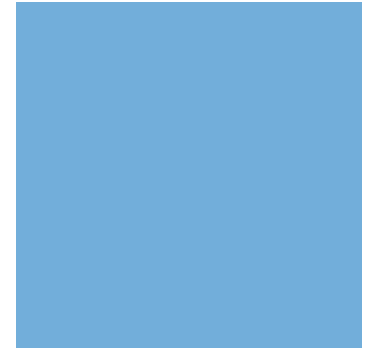


Visible Learning

- Undervisnings- och lärandeprocessen måste synliggöras
- Lärandeprocessen är ett mål i sig
- Utmaningarna är väl avvägda
- Lärare och elev delar bedömningar om i vilken mån mål är uppfyllda
- Lärare och elever ger varandra löpande feedback
- Lärare är känslomässigt engagerade

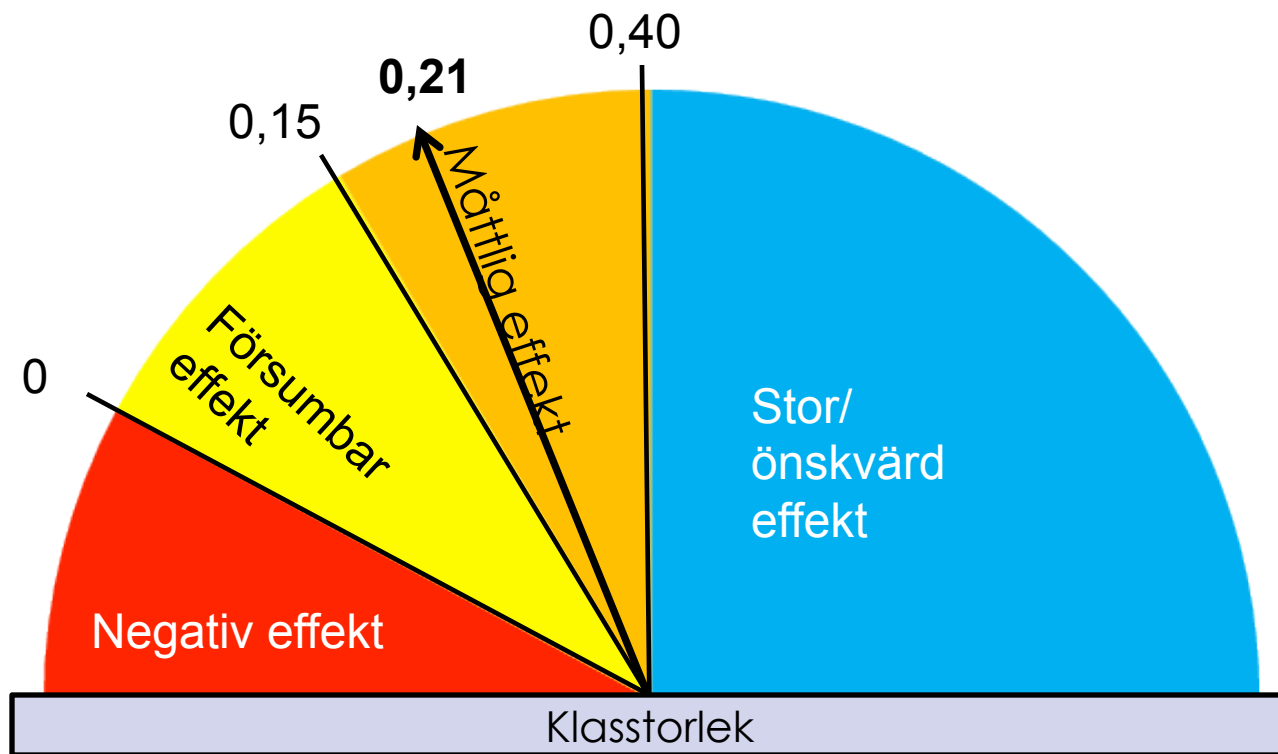
Hattie, NZ

Visible Learning



- Eleverna får löpande återkoppling på sitt arbete
- Elevernas återkoppling till läraren om vad de inte förstår och förstår, är i längden viktigare än lärarens feedback till eleverna
- En trygg klassrumsmiljö och tillitsfull studiemiljö är viktiga förutsättningar

VAD GER EFFEKT PÅ LÄRANDET?



Från Hattie (2009): Visible learning

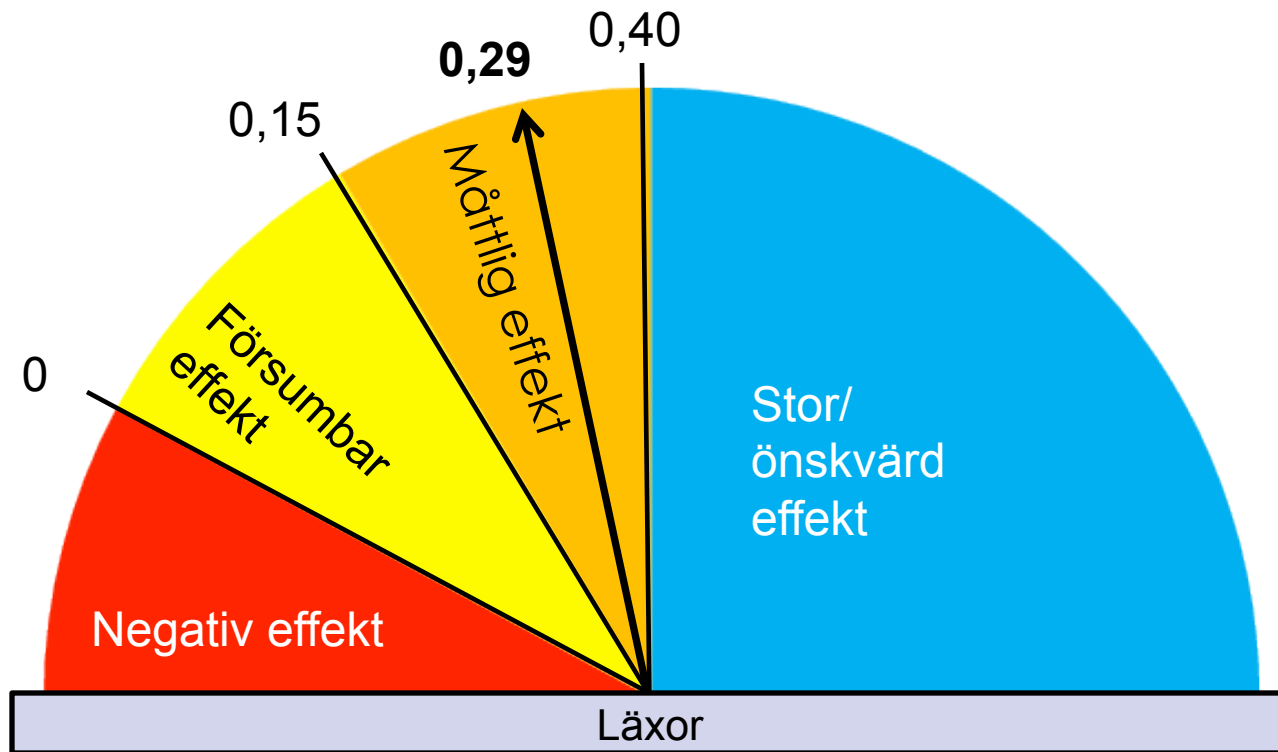
Vad betyder ökningarna?

“När ett nytt program eller en ny undervisningsstrategi införs betyder en effektstorlek på $d=1.0$ att i genomsnitt 84 procent av de elever som deltar i detta förbättrar sig, jämfört med dem som inte deltar. En effektstorlek på 1.0 ska uppfattas som en stor och tydligt märkbar skillnad (jämför till exempel en person som är 160 cm lång med en som är 183 cm lång). ”

SKL

http://brs.skl.se/brsbibl/kata_documents/doc40008_1.pdf

VAD GER EFFEKT PÅ LÄRANDET?



Från Hattie (2009): Visible learning

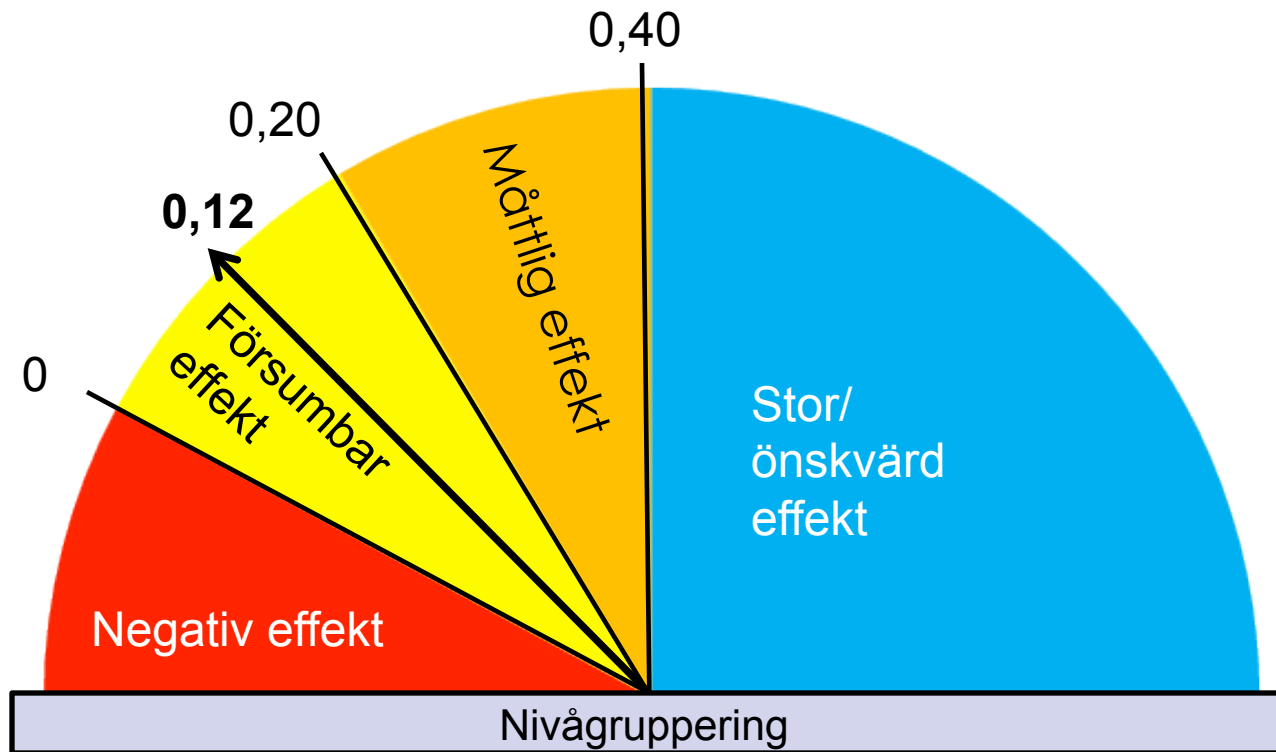
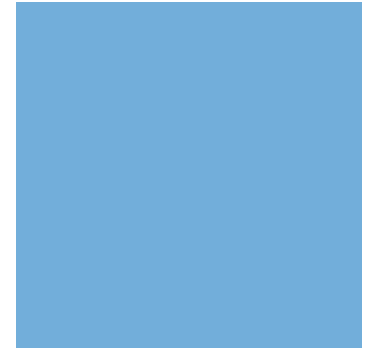
Vad betyder ökningarna?

“Om en effektstorlek på $d=0.29$ (som läxläsning) på samma sätt ”översätts” till en måttenhet som centimeter skulle den inte vara synlig för blotta ögat och vara jämförbar med skillnaden mellan en persons kroppslängd på 180 cm och en på 182 cm.”

SKL

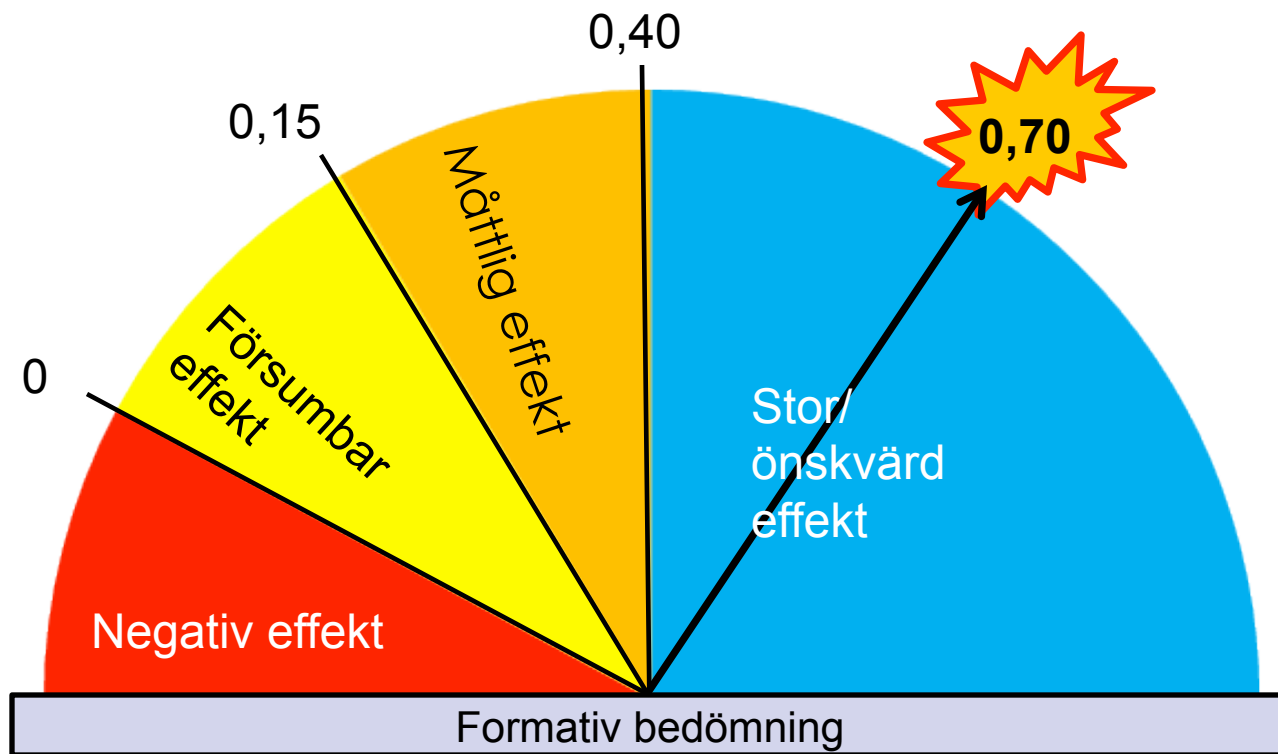
http://brs.skl.se/brsbibl/kata_documents/doc40008_1.pdf

VAD GER EFFEKT PÅ LÄRANDET?



Från Hattie (2009): Visible learning

VAD GER EFFEKT PÅ LÄRANDET?



Från Hattie (2009): Visible learning

VILKA EFFEKTER GER FORMATIV BEDÖMNING?

1998

*Black och Williams översikt om
formativ bedömning (cirka 250
studier).*

Resultat

*Förbättrade elevprestationer
(de flesta effektstorlekar mellan
0,4-0,7)*

VILKA EFFEKTER GER FORMATIV BEDÖMNING?

"Detta är några av de största effekterna som överhuvudtaget uppmätts för undervisningsinterventioner.

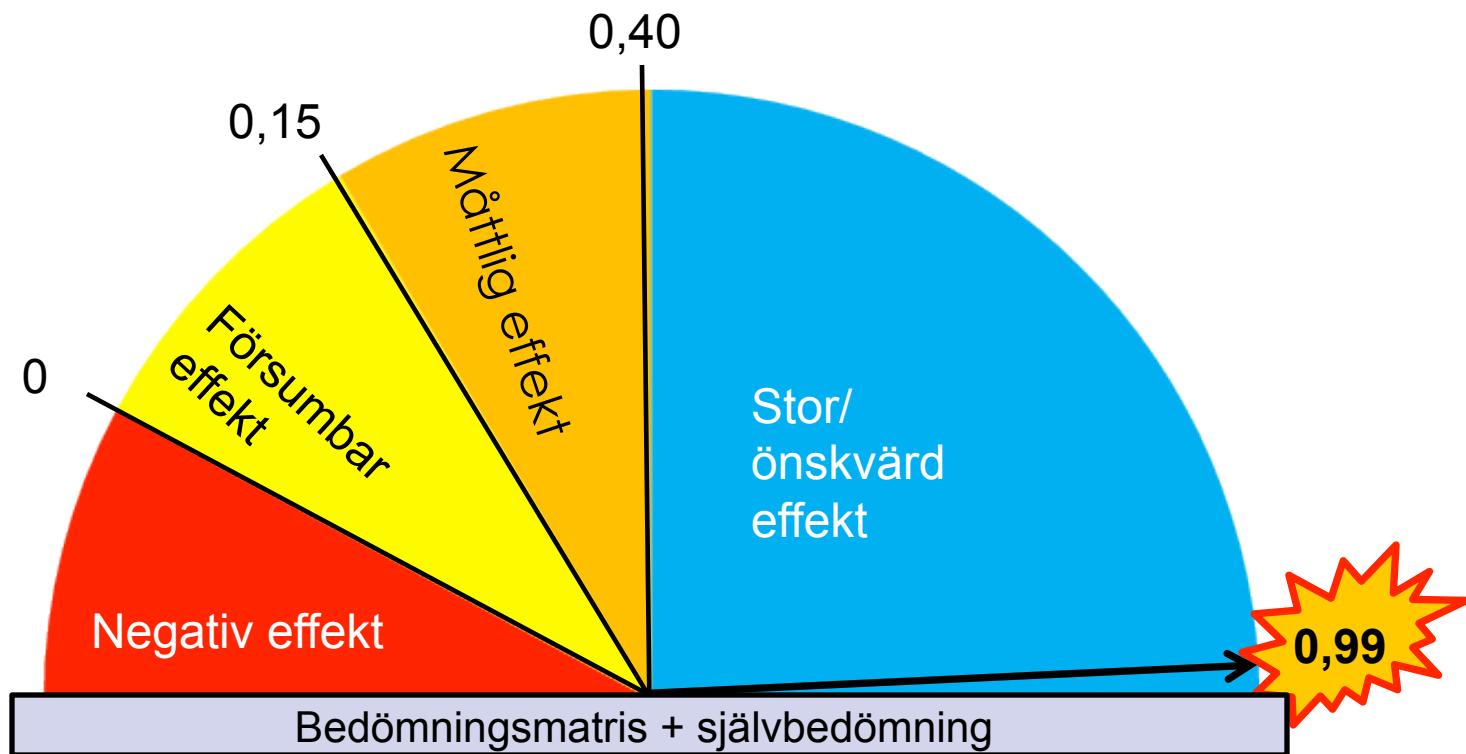
/.../

En effektstorlek på 0,7 skulle höja England i en internationell jämförelse, med 40 medverkande länder, från mitten till de fem bästa."

(Black m.fl., 2003)



VAD GER EFFEKT PÅ LÄRANDET?



Från Hattie (2009): Visible learning

Bedömningsmatrix

Matematik - årskurs 9

Kursplaner.se

Bedömningsmatrix för de förmågor eleven ska utveckla i ämnet.



Förmåga	Kunskaper för	Processinriktad – utgår från ämnesspecifika förmågor		
Formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder	Du löser enkla problem och beskriver ännu inte hur du gör. Du har ingen övertygelse om din lösningens rimlighet. Du beskriver enkla vardagliga situationer med enkla matematiska uttrycksformer.		sätt med matematiska uttrycksformer.	
Använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp	Du är ännu inte säker på vilka grundläggande matematiska begrepp och hur de förhåller sig till varandra.	Du kan ge enkla beskrivningar av matematiska begrepp. Du använder grundläggande matematiska begrepp med säkerhet i kända vardagliga situationer.	Du har goda kunskaper om begrepp och visar det genom att ge utvecklade beskrivningar och förklaringar. I dina förklaringar växlar du mellan flera olika uttrycksformer.	Du har mycket goda kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att ge välutvecklade beskrivningar och generella förklaringar. I dina förklaringar växlar du mellan flera avancerade uttrycksformer.
Välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter	Du är ännu inte säker på vilka grundläggande metoder du bör använda och du visar ännu inte att du kan lösa de uppgifter som krävs för ämnet E.	Du väljer och använder grundläggande metoder på ett korrekt och säkert sätt. Du använder överslagsräkning, skriftliga metoder, huvudräkning och tekniska hjälpmedel. Du kan lösa enkla ekvationer och sannolikhetsuppgifter, beräkna omkrets, area och volym, göra enhetsbyten, beskriva samband och förhållanden i enkla statistiska material genom att beräkna lägesmått samt konstruera tabeller och diagram.	Du visar goda kunskaper om matematiska metoder genom att välja och använda dem korrekt och med säkerhet. Du kan dessutom lösa olika ekvationer, beräkna sannolikhet i sammansatta situationer, undersöka och beskriva samband och förhållanden i sammansatta statistiska material.	Du visar mycket goda kunskaper om matematiska metoder genom att välja och använda dem på ett korrekt sätt och med god säkerhet. Du kan tolka och lösa avancerade ekvationer, beräkna sannolikhet i komplexa situationer.
Föra och följa matematiska resonemang	Du kan ännu inte föra eller återge matematiska resonemang med hjälp av matematiska begrepp, symboler och andra uttrycksätt.	När du för matematiska resonemang använder du begrepp, symboler och andra uttrycksätt på enkelt sätt i tal och skrift. Du kan också återge andras resonemang om det har ett enkelt matematiskt innehåll.	Du anpassar ditt sätt att uttrycka dig så att det passar syfte och sammanhang samt använder begrepp, symboler och andra uttrycksätt på ett utvecklat sätt. Du kan också återge väsentliga delar av resonemang med ett utvecklat matematiskt innehåll.	Du anpassar väl ditt sätt uttrycka dig så att det passar syfte och sammanhang samt använder matematiska begrepp, symboler och uttrycksätt på ett välutvecklat och nyanserat sätt. Du kan återge centrala omfattande delar av innehållet i resonemang med välutvecklat matematiskt innehåll.
Använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser	Du för ännu inte resonemang om olika strategier, metoder och räkneshätt som du valt och/eller om ditt svar är rimligt.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räkneshätt samt om resultatens rimlighet genom att pröva dem och med enkla motiveringar beskriva dina val.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räkneshätt samt om resultatens rimlighet genom att pröva och ompröva dem och med välutvecklade motiveringar förklara dina val.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räkneshätt samt om resultatens rimlighet genom att systematiskt pröva och ompröva dem och välgrundade motiveringar förklara och generalisera dina val.

Bedömningsmatris

Matematik - årskurs 9

Kursplaner.se

Bedömningsmatris för de förmågor eleven ska utveckla i ämnet

Förmåga	Kunskaper för betyget F	Kunskaper för betyget E	Kunskaper för betyget C	Kunskaper för betyget A
1 Formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder	Du löser enkla problem men du beskriver ännu inte metod och/eller ger inget omdöme om tillvägagångssätt eller resultatets rimlighet. Du behöver hjälp att tolka enkla vardagliga situationer och formulera frågor med matematiska uttrycksformer.	Du löser enkla matematiska problem, beskriver din metod och ger enklare omdöme om tillvägagångssätt och resultatets rimlighet. Du kan tolka enkla vardagliga situationer och formulera frågor med hjälp av matematiska uttrycksformer.	Du löser sammansatta problem, förklarar val av metod och ger utvecklade omdömen om tillvägagångssätt och resultatets rimlighet. Du kan tolka olika situationer och formulera frågor på ett utvecklat sätt med matematiska uttrycksformer.	Du löser sammansatta problem, förklarar val av metod och ger välutvecklade och nyanserade omdömen om tillvägagångssätt och resultatets rimlighet. Du kan tolka olika situationer och formulera frågor på ett välutvecklat sätt med matematiska uttrycksformer.
2 Använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp	Du använder matematiska begrepp och beskriver enkla samband mellan begrepp.	Du använder enkla matematiska begrepp och beskriver enkla samband mellan begrepp.	Du använder enkla matematiska begrepp och beskriver enkla samband mellan begrepp.	Du använder enkla matematiska begrepp och beskriver enkla samband mellan begrepp.
3 Välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter	Du är ännu grundläggande i att välja och du visar ännu inte att du kan lösa de uppgifter som krävs för betyget E.	överslagsräkning, skriftliga metoder, huvudräkning och tekniska hjälpmedel. Du kan lösa enkla ekvationer och sannolikhetsuppgifter, beräkna omkrets, area och volym, göra enhetsbyten, beskriva samband och förhållanden i enkla statistiska material genom att beräkna lägesmått samt konstruera tabeller och diagram.	och använda dem korrekt och med säkerhet. Du kan dessutom lösa olika ekvationer, beräkna sannolikhet i sammansatta situationer, undersöka och beskriva samband och förhållanden i sammansatta statistiska material.	använda dem på ett korrekt sätt och med god säkerhet. Du kan tolka och lösa avancerade ekvationer, beräkna sannolikhet i komplexa situationer.
4 Föra och följa matematiska resonemang	Du kan ännu inte föra eller återge matematiska resonemang med hjälp av matematiska begrepp, symboler och andra uttrycksätt.	När du för matematiska resonemang använder du begrepp, symboler och andra uttrycksätt på enkelt sätt i tal och skrift. Du kan också återge andras resonemang om det har ett enkelt matematiskt innehåll.	Du anpassar ditt sätt att uttrycka dig så att det passar syfte och sammanhang samt använder begrepp, symboler och andra uttrycksätt på ett utvecklat sätt. Du kan också återge väsentliga delar av resonemang med ett utvecklat matematiskt innehåll.	Du anpassar väl ditt sätt uttrycka dig så att det passar syfte och sammanhang samt använder matematiska begrepp, symboler och uttrycksätt på ett välutvecklat och nyanserat sätt. Du kan återge centrala omfattande delar av innehållet i resonemang med välutvecklat matematiskt innehåll.
5 Använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser	Du för ännu inte resonemang om vilka strategier, metoder och räknesätt som du valt och/eller om ditt svar är rimligt.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räknesätt samt om resultatets rimlighet genom att pröva dem och med enkla motiveringar beskriva dina val.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räknesätt samt om resultatets rimlighet genom att pröva och ompröva dem och med välutvecklade motiveringar förklara dina val.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räknesätt samt om resultatets rimlighet genom att systematiskt pröva och ompröva dem och välgrundade motiveringar förklara och generalisera dina val.

Bygger på kvalitet och inte kvantitet



Bedömningsmatris

Matematik - årskurs 9

Kursplaner.se

Bedömningsmatris för de förmågor eleven ska utveckla i ämnet



Förmåga	Kunskaper för betyget F	Kunskaper för betyget E	Kunskaper för betyget C	Kunskaper för betyget A
1 Formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder	Du löser enkla problem men du beskriver ännu inte metod och/eller ger inget omdöme om tillvägagångssätt eller resultatets rimlighet. Du behöver hjälp att tolka enkla vardagliga situationer och formulera frågor med matematiska uttrycksformer.	Du löser enkla matematiska problem, beskriver din metod och ger enklare omdöme om tillvägagångssätt och resultatets rimlighet. Du kan tolka enkla vardagliga situationer och formulera frågor med hjälp av matematiska uttrycksformer.	Du löser sammansatta problem, förklarar val av metod och ger utvecklade omdömen om tillvägagångssätt och resultatets rimlighet. Du kan tolka olika situationer och formulera frågor på ett utvecklat sätt med matematiska uttrycksformer.	Du löser sammansatta problem, förklarar val av metod och ger välutvecklade och nyanserade omdömen om tillvägagångssätt och resultatets rimlighet. Du kan tolka olika situationer och formulera frågor på ett välutvecklat sätt med matematiska uttrycksformer.
2 Använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp	Du använder inte konsekvent användandet av grundläggande matematiska begrepp och hur de ska beskrivas.			
3 Välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter	Du är ännu inte säker på vilka grundläggande metoder du bör välja och du visar ännu inte att du kan lösa de uppgifter som krävs för betyget E.	Du använder inte konsekvent på ett korrekt och säkert sätt. Du använder överslagsräkning, skriftliga metoder, huvudräkning och tekniska hjälpmedel. Du kan lösa enkla ekvationer och sannolikhetsuppgifter, beräkna omkrets, area	Matematiska metoder genom att välja och använda dem korrekt och med säkerhet. Du kan desutom lösa olika ekvationer, beräkna sannolikhet i sammansatta situationer, undersöka	Matematiska metoder genom att välja och använda dem på ett korrekt sätt och med god säkerhet. Du kan tolka och lösa avancerade ekvationer, beräkna sannolikhet i komplexa situationer.
4 Föra och följa matematiska resonemang	Du kan ännu inte använda matematiska begrepp, symboler och andra uttrycksätt.	enkelt sätt i tal och skrift. Du kan också återge andras resonemang om det har ett enkelt matematiskt innehåll.	Du kan också återge väsentliga delar av resonemang med ett utvecklat matematiskt innehåll.	Du kan också återge centrala omfattande delar av innehållet i resonemang med välutvecklat matematiskt innehåll.
5 Använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser	Du för ännu inte resonemang om vilka strategier, metoder och räknesätt som du valt och/eller om ditt svar är rimligt.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räknesätt samt om resultatets rimlighet genom att pröva dem och med enkla motiveringar beskriva dina val.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räknesätt samt om resultatets rimlighet genom att pröva och ompröva dem och med välutvecklade motiveringar förklara dina val.	Du resonerar om val av olika strategier, metoder och räknesätt samt om resultatets rimlighet genom att systematiskt pröva och ompröva dem och välgrundade motiveringar förklara och generalisera dina val.

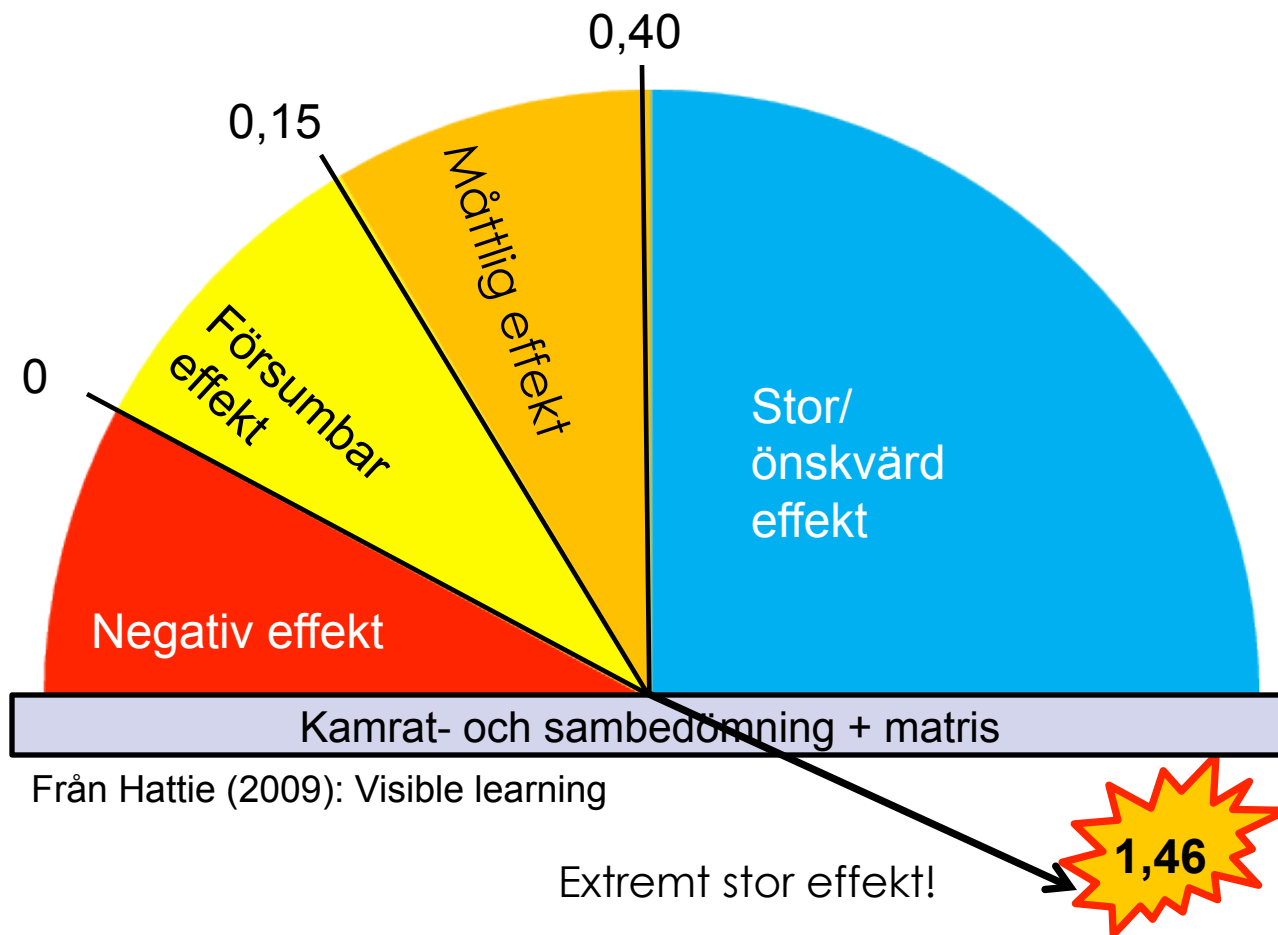
Här är du

Hit ska du

...eller hit

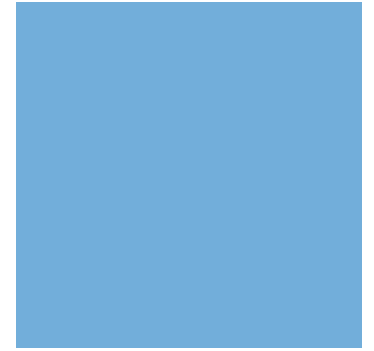
Visar tydligt på utveckling

VAD GER EFFEKT PÅ LÄRANDET?



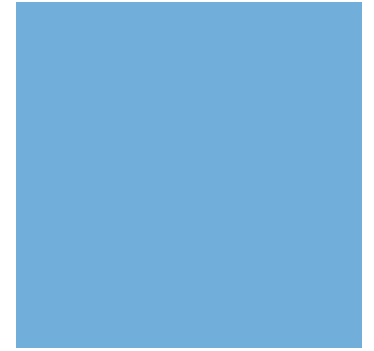
Feedback som stöttar lärande bör:

- Utgå från uppgiften (ej person)
- Beskriva vad eleven kan
- Ge konkreta förslag på hur elevens prestationer ska bli bättre
- Innehålla själv- och kamratbedömning som en del av undervisningen



Andra faktorerers betydelse

- Elevers villighet att investera i sin framtid, att vara öppen för nya erfarenheter har positiva effekter på studieprestationer
- Föräldrars tilltro och förväntningar på sina barn har stor betydelse för elevernas möjlighet att nå goda resultat
- Föräldrars tilltro och attityd gentemot skolan och skolarbete är viktig





Tack för att ni lyssnade!



Kul Matematik
Geijersvägen 18
112 44 Stockholm

www.kulmatematik.com

Per.Berggren@kulmatematik.com
Maria.Lindroth@kulmatematik.com